

Adı Soyadı:  
Numarası:

## GRUP TEORİ QUIZ SINAVI SORULARI

1)  $G = \{(a,b) : a,b \in \mathbb{R}, b \neq 0\}$  kümesi üzerinde  $\forall (a,b), (c,d) \in G$  için

$$(a,b) \circ (c,d) = (a+bc, bd)$$

ile  $\circ$  işlemi tanımlanıyor.  $(G, \circ)$  grup olur mu, araştırınız.

2)  $G$  ve  $H$  iki grup ve  $f: G \rightarrow H$  grup homomorfizması olsun.  $H$ 'nin bir normal alt grubunun  $f$  altındaki ters görüntüsü de  $G$ 'nin normal alt grubu olur mu? Gösteriniz.

### Cevap Anahtarı

1-)  $\forall (a,b), (c,d) \in G$  için  $(a,b) \circ (c,d) = (a+bc, bd)$

$G$ 'nin elemanı olup kapalıdır.

$$(a,b) \circ ((c,d) \circ (e,f)) = ((a,b) \circ (c,d)) \circ (e,f) \text{ olup}$$

birleşmelidir.

$$(a,b) \circ (m,y) = (m,y) \circ (a,b) \Rightarrow (m,y) = (0,1) = e \text{ dir.}$$

$$(a,b) \circ (m,y) = (m,y) \circ (a,b) = (0,1) \text{ den}$$

$$(a,b)^{-1} = \left(-\frac{a}{b}, \frac{1}{b}\right) \text{ olup } (G, \circ) \text{ gruptur.}$$

2-)  $f: G \rightarrow H$  ve  $K \triangleleft H$  olsun.

$$\bar{f}^{-1}(K) = \{a \in G \mid f(a) \in K\}, \bar{f}^{-1}(K) \neq \emptyset \text{ için}$$

$$\bar{f}^{-1}(K) \leq G \text{ gösterildi.}$$

$$\forall n \in G \text{ ve } \forall a \in \bar{f}^{-1}(K) \text{ için } na\bar{n}^{-1} \in \bar{f}^{-1}(K)$$

$$f(na\bar{n}^{-1}) = f(n)f(a)f(\bar{n}^{-1}) \in f(K) \text{ olup}$$

$$na\bar{n}^{-1} \in \bar{f}^{-1}(K) \Rightarrow \bar{f}^{-1}(K) \triangleleft G \text{ dir.}$$